ФИЦ «Информатика и Управление» РАН

ФИЦ «Информационных и Вычислительных Технологий»

Факультет Вычислительной математики и кибернетики МГУ им. М.В. Ломоносова

Институт проблем управления РАН имени В.А. Трапезникова

ОБЩЕРОССИЙСКИЙ СЕМИНАР

«ИНФОРМАТИКА, УПРАВЛЕНИЕ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ»

под общим руководством

Академика РАН Игоря Анатольевича Соколова

Академика РАН Юрия Ивановича Журавлева

Академика РАН Евгения Ивановича Моисеева

Академика РАН Юрия Ивановича Шокина

Академика РАН Станислава Николаевича Васильева

Академика РАН Юрия Соломоновича Попкова

организатор и ученый секретарь семинара
профессор Михаил Васильевич Ульянов

Общероссийский семинар поддерживает связь с УМО «Математические и компьютерные науки» и УМС по фундаментальной информатике и прикладной математике в интересах российских университетов

Сайт семинара: www.commonmind.ru

ЗАСЕДАНИЕ № 63

Вторник 22 июня 2021 г. 16:00 (по Москве)

В формате видеоконференции на платформе Zoom

Доклад:

«О методах получения формул вероятности перколяции в задаче узлов на квадратной решетке»

Докладчики:

Ахунжанов Ренат Камильевич, к. ф.-м.н., доц., с.н.с., Астраханский государственный университет, Астрахань,
Есеркепов Андрей Валерьевич, м.н.с., Астраханский государственный университет, Астрахань.

Аннотация

Рассмотрим двумерную квадратную решётку размера L x L, состоящую из узлов, которые могут быть проводящими (с вероятность p) или непроводящими (с вероятностью 1 - p). Понятно, что с некоторой вероятностью может образоваться связанная цепочка проводящих узлов (перколяционный кластер) от верхней границы квадрата до нижней. Эта вероятность зависит от параметра p и от размера квадрата L и может быть записана в виде некоторого многочлена P(p). Известно, что при устремлении размера квадрата к бесконечности (задача узлов на квадратной решетке), вероятность того, что образуется перколяционный кластер, равна 0 до некоторого порогового значения ($p < pc$) и равна 1 после него ($p > pc$). Считается, что строго на пороге перколяции ($p = pc$) вероятность возникновения перколяционного кластера равна R* ($0 < R^* < 1$). H.T. Pinson нашел аналитическое выражение, которое определяет вероятность возникновения перколяционного кластера (R*) на торе строго на пороге перколяции. M.E.J. Newman, R.M. Ziff, а позднее S. Mertens, C. Moore с большей точностью, вычислили эту вероятность.

Задача возникновения перколяционного кластера может рассматриваться не только на квадратной решетке на плоскости: и размерность пространства, и решетки могут быть различными. Порог перколяции pc найден

аналитически только для нескольких задач, в большинстве же случаев он находится либо путем вычислительного эксперимента, либо с помощью некоторых приближенных методов.

Один из возможных подходов состоит в том, что рассматриваются все возможные комбинации свободных и занятых узлов и вычисляется вероятность возникновения перколяционного кластера при заданном значении параметра p. Эта вероятность является некоторым многочленом от p (перколяционный многочлен P(p)). Значение параметра p, при котором значение многочлена равно 0,5, принимается за порог перколяции для системы заданного размера. Имея несколько таких значений для систем различных размеров, можно получить оценку порога перколяции для бесконечной системы, используя идеи масштабной инвариантности. Поскольку число комбинаций занятых и свободных узлов экспоненциально зависит от размера системы, можно рассматривать только очень маленькие системы. Однако, даже использование малых систем позволяет находить порог перколяции с хорошей точностью. Кроме того, можно не вычислять точные значения многочленов, а оценивать их значения с помощью вычислительного эксперимента, что позволяет рассматривать системы большего размера.

В статистической физике известно, что использование периодических граничных условий существенно снижает влияние размера системы на результаты. Кроме того, известно, что использование R* для определения порога перколяции в системе конечного размера также существенно снижает влияние конечного размера системы на результат.

Мы рассмотрели задачу перколяции узлов на торе (квадрат с периодическими граничными условиями). Были найдены перколяционные многочлены для размеров системы до 8 x 8 узлов. Порог перколяции для системы конечного размера определялся как значение параметра p, при котором значение перколяционного многочлена равно R*. Оказалось, что при таком подходе вычисленных формул вполне достаточно для получения порога перколяции с приемлемой для практических применений точностью.

В докладе будет рассказано об удачных и неудачных подходах получения формул вероятности перколяции (в задаче узлов на квадрате и на торе), об интересной связи теории игр с теорией перколяции, и о многом другом.